



I (школьный) этап Всероссийской олимпиады школьников
2020/21 учебный год

Предмет	Класс	Дата	Макс. время	Макс. балл
Математика	8	13.10.2020	180 мин.	35

8.1. Если к возрасту Пети прибавить 7, то получится число, в два раза большее, чем если отнять единицу от возраста Васи. Сколько лет каждому из мальчиков, если Петя старше Васи на три года? *Реш: 15 - Пете, 12 - Васе*

8.2. Назовем число зеркальным, если слева направо оно «читается» так же, как справа налево. Например, число 12321 – зеркальное.

а) Напишите какое-нибудь зеркальное пятизначное число, которое делится на 5. *50005*

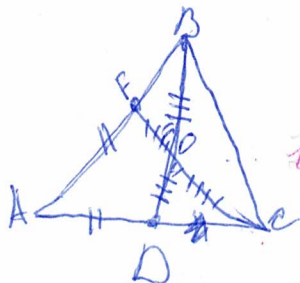
б) Сколько существует пятизначных зеркальных чисел, которые делятся на 5? *100*

8.3. Все тролли делятся на лжецов и рыцарей (рыцари всегда говорят правду, а лжецы всегда лгут). На каждой клетке доски 5×5 стоит по троллю. Известно, что среди них есть и лжецы, и рыцари. Каждый тролль заявил: «Среди моих соседей лжецов и рыцарей поровну». Сколько всего лжецов? *25*

8.4. На стороне AC треугольника ABC отмечена точка D так, что $AD = AB$; на стороне AB отмечена точка F так, что середина отрезка CF лежит на BD. Докажите, что $BF = CD$.

8.5. Мальчик пошел с отцом в тир. Отец купил ему 10 пульек. В дальнейшем отец за каждый промах отбирал у сына одну пульку, а за каждое попадание давал одну дополнительную пульку. Сын выстрелил 55 раз, после чего пульки у него кончились. Сколько раз он попал? *50 раз*

8.4)



$\angle FDB = \angle BDC$ тк они вертикальные

$BD = BD$ по общ.

$FD = DC$ по общ.

$\Delta FDB = \Delta BDC$ по двум сторонам и углу между ними.

$BF = CD$

8.5. 10 о о пр

8 о о пр

6 о о пр ~~2 о о пр~~

4 о о пр

2 о пр

8.1) Допустим что Пете 15 тогда

Если Пета старше Васи на 3 года $(15 - 3 = 12 \text{ (Васе)})$ то Васе 12 лет.

проверим. $15 + 7 = 22 \text{ (года)}$

$12 - 1 = 11$ ~~22~~ $11 \cdot 2 = 22$ года

Ответ: Пете 15, Васе 12

82 ~~цифра~~ в начале и в конце десяти дать цифру 5 по признаку симметрии на 5 ~~цифры~~. Значит оставшиеся только 3 ~~цифры~~ по середине пишущих какие ~~цифры~~ можно подобрать на их место? на место второго и предпоследнего нужно ставить зеркальные цифры чтобы сохранялась зеркальность числа значит оставим на их место: 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9; оставшаяся цифра по середине ~~цифры~~ на 5 место можно поставить любую от 0 до 9.

~~цифры~~ будет 10 цифр с десяти возможными вариантами расположения для каждой значит:


 $0 \ 1 \ 2 \ 3 \ 4 \ 5 \ 6 \ 7 \ 8 \ 9$
 $0 \dots 9 \quad 0 \dots 9 \quad 0 \dots 9 \quad 0 \dots 9 \quad 0 \dots 9 \quad 0 \dots 9 \quad 0 \dots 9 \quad 0 \dots 9 \quad 0 \dots 9 \quad 0 \dots 9$
 всего вариантов получится $(10 \cdot 10) = 100$.

25



I (школьный) этап Всероссийской олимпиады школьников
2020/21 учебный год

Предмет	Класс	Дата	Макс. время	Макс. балл
Математика	8	13.10.2020	180 мин.	35

8.1. Если к возрасту Пети прибавить 7, то получится число, в два раза большее, чем если отнять единицу от возраста Васи. Сколько лет каждому из мальчиков, если Петя старше Васи на три года?

Петя 15 лет
Вася 12 лет

8.2. Назовем число зеркальным, если слева направо оно «читается» так же, как справа налево. Например, число 12321 – зеркальное.

а) Напишите какое-нибудь зеркальное пятизначное число, которое делится на 5. 55000
б) Сколько существует пятизначных зеркальных чисел, которые делятся на 5? 100

8.3. Все тролли делятся на лжецов и рыцарей (рыцари всегда говорят правду, а лжецы всегда лгут). На каждой клетке доски 5×5 стоит по троллю. Известно, что среди них есть и лжецы, и рыцари. Каждый тролль заявил: «Среди моих соседей лжецов и рыцарей поровну». Сколько всего лжецов?

8.4. На стороне AC треугольника ABC отмечена точка D так, что $AD = AB$; на стороне AB отмечена точка F так, что середина отрезка CF лежит на BD. Докажите, что $BF = CD$.

8.5. Мальчик пошел с отцом в тир. Отец купил ему 10 пульек. В дальнейшем отец за каждый промах отбирал у сына одну пульку, а за каждое попадание давал одну дополнительную пульку. Сын выстрелил 55 раз, после чего пульки у него кончились. Сколько раз он попал? 50 раз

8.1) Я подобрал числа

15 лет Петя и 12 лет Васи

1) $15 + 7 = 22$ (возраст ~~Петя~~ + 7)

2) $12 - 1 = 11$ (возраст Васи - 1)

3) $22 : 11 = 2$

Ответ: Петя 15 лет Васи 12 лет

8.5) после каждого попадания у мальчика оставалось число пульек
 $55 - 50 = 5$ раз сын оставшее выстрелил и эти 5 раз он промахнулся

Ответ: 50 раз

25

8.2) существует 100 чисел которые зеркальные и делятся на 5
1 и 5 число по сути равно само + 5 а разность равно
500 чисел от 0 до 999
 $10 \cdot 10 = 100$ чисел существует
Ответ 100

50



I (школьный) этап Всероссийской олимпиады школьников
2020/21 учебный год

Предмет	Класс	Дата	Макс. время	Макс. балл
Математика	9	13.10.2020	210 мин.	35

9.1. При встрече с мухой обычный журналист раздувает её на 20%, а журналист издания СГН – в полтора раза. После встречи с несколькими журналистами муха оказалась раздута в 7,29 раз по сравнению с изначальным размером. Сколько на пути мухи оказалось обычных журналистов, а сколько журналистов издания СГН? (Ответ обоснуйте).
обычные 2, СГН 24

9.2. У Мыколы есть три крана: из первого с постоянной скоростью течёт сметана, из второго – майонез, а из третьего – кетчуп. Если одновременно открыть первый и второй кран, то тарелка с пельменями наполнится за 2 минуты, если второй и третий – за 3 минуты, а если третий и первый – за 4 минуты. За какое время тарелка с пельменями наполнится, если все три крана открыть одновременно? (Ответ обоснуйте).

9.3. Сравните числа $\sqrt{28-10\sqrt{3}} + \sqrt{28+10\sqrt{3}}$ и 10.

$$\sqrt{28-10\sqrt{3}} + \sqrt{28+10\sqrt{3}} \neq 10$$

9.4. Государство Флатландия имеет форму плоского треугольника. Однажды Министерство Измерения Линий Флатландии заявило, что три медианы этого треугольника имеют длину 15, 30 и 60 км. Докажите, что министерство ошиблось.

такого Δ не существует.

05

9.5. При каких значениях параметра p отношение корней уравнения $x^2 + 2px + 1 = 0$ равно 9?

9.1

1) СГН $x = \text{какой-то размер}$

$$1,5x$$

2) *обыч* 20% от $1,5x = 0,3x$
 $1,5x + 0,3x = 1,8x$

3) СГН $1,8x \cdot 1,5 = 2,7x$

4) СГН $2,7x \cdot 1,5 = 4,05x$

5) *обыч* 20% от $4,05x = 0,81x$ $4,05x + 0,81x = 4,86$

6) СГН $4,86 \cdot 1,5 = 7,29$

2 обычных и 4 СГН

75

9.3

$\sqrt{28-10\sqrt{3}} + \sqrt{28+10\sqrt{3}}$ ~~Стоим + не можем без корней~~
~~значение кор сра не найти:~~

$$\sqrt{28-10\sqrt{3}} + \sqrt{28+10\sqrt{3}} = \sqrt{28+28} = \sqrt{56} \text{ Это меньше } \sqrt{64}$$

$\Rightarrow$ Это меньше 10

9.4

неравенство соответствующее неравенству треугольника
 м.к ~~60~~ $60 > 30 + 15 \Rightarrow$ такого Δ не существует.

0.5

9.3.

$$\sqrt{28-10\sqrt{3}} + \sqrt{28+10\sqrt{3}} = 10 \text{ м.к}$$

$$\begin{aligned} (\sqrt{28-10\sqrt{3}} + \sqrt{28+10\sqrt{3}})^2 &= 28 - 10\sqrt{3} + 2(\sqrt{28+10\sqrt{3}}) \cdot (\sqrt{28-10\sqrt{3}}) + 28 + 10\sqrt{3} \\ &= 56 + 2\sqrt{784 - 300} = 56 + 2\sqrt{484} = 56 + 2 \cdot 22 = 56 + 44 = 100 \\ &\quad 100 = 100 \end{aligned}$$

$$\Rightarrow \sqrt{28-10\sqrt{3}} + \sqrt{28+10\sqrt{3}} = 10$$

9.5

$$\begin{cases} x_1 + x_2 = -2p \\ x_1 \cdot x_2 = 1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x_1 = -2p - x_2 \\ x_1 \cdot x_2 = 1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \frac{x_1}{x_2} = 9 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x_1 = 9x_2 \end{cases}$$

$$9x_2^2 = 1$$

$$\begin{cases} -2p - x_2 = 9x_2 \end{cases}$$

$$9x_2 + x_2 = 1$$

$$\begin{cases} x_1 = 9x_2 \end{cases}$$

$$x_2^2 = \frac{1}{9}$$

$$x_2 = \frac{1}{3} \text{ или } -\frac{1}{3}$$

$$x_1 = 9x_2 = 9 \cdot \pm \frac{1}{3}$$

$$x_1 = 3 \text{ или } -3$$

$$\text{м.к } x_1 + x_2 = -2p$$

$$p = \frac{x_1 + x_2}{-2} = \frac{3 + \frac{1}{3}}{2} = \frac{5}{3} \checkmark$$

$$p = \frac{-3 - \frac{1}{3}}{-2} = \frac{5}{3}$$

$$\text{Ответ: } \frac{5}{3}$$

5.5